

GEKOPPELDE GATEN
CONNECTED HOLES



OVER STRUCTUREN
ABOUT STRUCTURES

DAVE H.A. BLANK

INTERFACES IN MATERIE

Langzaam wordt het oppervlak zichtbaar. Niet zoals wij dat kunnen zien met onze ogen wanneer wij bijvoorbeeld naar een tafelblad kijken, maar we nemen op het computerscherm de rangschikking van de atomen aan het oppervlak waar. Zij vormen een repeterende structuur en laten de verwevenheid zien van de atomen. Ik kijk naar de opnames van een STM, een scanning tunnel microscope waarmee we atomaire resolutie kunnen halen. De structuur die ik voor mij zie bepaalt ook de eigenschappen van het materiaal. De keuze en de rangschikking van de atomen bepalen of het materiaal een geleider is, of een magnetisch of juist optisch actief.

Omdat we tegenwoordig zoveel informatie krijgen over het oppervlak, kunnen we ze nu kunstmatig maken met de bouwstenen die we tot onze beschikking hebben. Laag voor laag bouwen we ons eigen materiaal. Op deze wijze kunnen we nieuwe nog niet bestaande materialen maken. Sterker nog: deze verweven vlakken zijn zo precies te maken en te stapelen dat de laag tussen de vlakken zijn eigen eigenschap krijgt. Zo kan de tussenlaag van twee niet geleidende materialen beginnen te geleiden, of de tussenlaag wordt magnetisch, terwijl de afzonderlijke materialen het niet zijn. Mogelijkheden worden onbegrensd en de creativiteit van de onderzoeker gaat bepalen wat voor een materiaal we ontwerpen.

Het synoniem gaat verder. Wanneer we de kristalstructuur nader bekijken dan valt op dat er tussen de atomen niets zit. Niets is een betrekkelijk begrip, want de ruimte wordt gevuld door elektronen. Dit evenwicht tussen negatief geladen elektronen en positief geladen atomen kunnen we verstoren door het weglaten van atomen of eigenlijk het aanbrengen van gaten. De zo ontstane gekoppelde gaten bepalen de eigenschappen.

Zie hier de link naar de kunstenaar, geïnspireerd door het creëren van nieuwe vormen door van eenvoud uit te gaan.

Maar er is een verschil. De droom van de wetenschapper die zich bezig houdt met de interface tussen twee materialen is zijn onderzoek uit te breiden naar 3 dimensies, terwijl de kunstenaar dit al heeft gerealiseerd en laten zien dat deze extra dimensie daadwerkelijk spectaculaire nieuwe inzichten met zich meebrengt.

Dave H.A. Blank

DAVE H.A. BLANK

INTERFACES IN MATTER

Slowly the surface becomes visible. Not the surface as we look with our eyes to a tabletop, but the rearrangement of atoms visible on the flat screen of a computer.

They form a repeating structure and show the interaction between the atoms. I'm looking to pictures taken with a STM, scanning tunnel microscope, with which we can obtain atomic resolution. The structure which I see determinates the properties of the material. The choice and the arrangement of the atoms dictates whether the material is a good conductor, or magnetic, or optical active. Nowadays we obtain so much information concerning the surface, that we are able to make them artificially in a layer by layer fashion, in every arrangement as we want too. In this way we can make materials that does not exists in nature. Even stronger: these interwoven structures can be built with such a precision that the property of the interface becomes dominant. This interface can become conducting, whereas the bulk materials are not, or the interface becomes magnetic and the bulk is not. The possibility are enormous and the creativity of the researcher determines which or what kind materials we design.

The synonym goes further. When we examine the crystal structure more closely we will see that between the atoms we see nothing. Nothing is a relative term, because the space is filled electrons. This balance between negative charged electrons and positive atoms can be interrupted by removing atoms or in other words creating holes. In this way we make connecting holes that influence the properties of the designed materials even further. See the link to the artist, inspired by creating new forms of simplicity.

But there is a difference. The dream of the scientist, who studies the interface between two materials, is to expand his study into 3 dimensions, whereas the artist has already realized this and has shown that this extra dimension indeed brings spectacular new insights in matter.

Dave H.A. Blank

Essentie

Verweven structuren zijn te maken met lagen waarin gaten zitten, zo dat de lagen elkaar kunnen doordringen. Verschillende voorbeelden zijn hiervan bekend. En ook in 3D kunnen we verweven structuren maken welke bestaan uit twee of meer objecten met gaten. Een voorbeeld is M.C. Escher's 'Dubbele Planetoïde' [1], een combinatie van twee tetraeders. Maar ook met slechts één laag kunnen we verweven structuren maken. En zelfs zo dat ze lijken te bestaan uit meerdere lagen.

1. INLEIDING

- 1.1. Verweven vlakken.** In figuur 1 zien we een voorbeeld van een structuur welke bestaat uit twee door elkaar geweven vlakken. De beide lagen zijn voorzien van gaten zodanig dat de vlakken door elkaar geweven kunnen worden. Bij de verweven structuren in de figuren 1, 2 en 3, alle opgebouwd uit twee duidelijk te onderscheiden lagen, zijn de gaten steeds geplaatst op de kruispunten van een vierkanten rooster. De vorm van de gaten is in de voorbeelden respectievelijk rond, ellipsvormig en zeshoekig. Behalve de vorm van de gaten is echter ook de verweving in drie voorbeelden verschillend. Het ontwerp van de verweven structuur in figuur 3 is afkomstig van M.C. Escher [2].
- 1.2. Hexagonaal rooster.** Als onderliggend patroon voor een structuur met door elkaar gevlochten lagen kunnen we eigenlijk ieder rooster gebruiken. Zo is in de voorbeelden van figuur 4 en 5 een hexagonaal rooster gebruikt. Figuur 5 laat zien hoe een verweving van drie afzonderlijke lagen er uit kan zien.
- 1.3. Ruimtelijke structuren.** Naast de verweven vlakke structuren kennen we ook 3D objecten welke door elkaar gevlochten zijn. Als voorbeeld kan hier de prent 'Dubbele Planetoïde' van M.C. Escher worden genoemd, waarover hij zelf zegt: "Twee regelmatige viervlakken die elkaar doordringen, zweven als een planetoïde in de ruimte. Beide lichamen vormen samen een geheel, maar zij kennen elkaar niet." [1]. Zo is het ook met de twee Moebiusbanden in figuur 6 en met de twee bolvormige elementen in figuur 7.



Fig. 1: Verweven vlakken - a / Interwoven surfaces - a



Fig. 2: Verweven vlakken - b / Interwoven surfaces - b



Fig. 3: Verweven vlakken - c / Interwoven surfaces - c

Abstract

It is possible to make interwoven structures by using two or more surfaces with holes. Several solutions are known. And also interwoven structures have been made with two or more 3D objects with holes. One example is M.C. Escher's 'Double Planetoid' [1], a combination of two tetrahedrons. In this paper I want to show that we don't need two or more separate surfaces: even with one single surface we can make interesting interwoven structures which seem to be multi-layered, in 2D as well as in 3D.

1. INTRODUCTION

1.1. Interwoven surfaces. In Figure 1 an example of a structure consisting of two interwoven surfaces is shown. In both layers holes are made at such places that the surfaces can be woven. In all three interwoven layer structures of Figures 1, 2 and 3 the midpoints of the holes are placed on a square grid. The shapes of the holes in the layers are respectively rounded, elliptical and hexagonal. Beside the shape of the holes, the weaving in the three examples is also different. The design of the interwoven structure in Figure 3 is made by M.C. Escher [2].

1.2. Hexagonal grid. We can use almost any pattern as an underlying grid for an interwoven layer structure. A hexagonal grid is used in the examples of Figure 4 and Figure 5. Also the number of layers may vary. A structure of three interwoven layers is shown in Figure 5.

1.3. 3D Structures. Besides the interwoven layer structures there are also structures with 3D interwoven objects. As an example we can take M.C. Escher's woodcut 'Double Planetoid'. "Two tetrahedrons going through each other, gliding through space as a planetoid. Together both objects are one connected structure, but they do not know of each others existence", Escher said about this print [1]. And we can also say this about the two Moubiusbands in Figure 6, or the two spheres in Figure 7.



Fig. 4: 2 verweven vlakken / 2 Interwoven surfaces

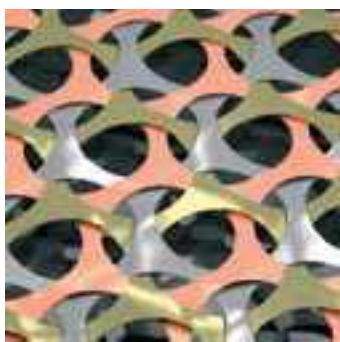


Fig. 5: 3 verweven vlakken / 3 Interwoven surfaces



Fig. 6: Verweven Moebiusbanden / Entwined Moebiusbands



Fig. 7: Verweven bollen / Entwined spheres

2. GEKOPPELDE GATEN

2.1. Gekoppelde ringen. Wanneer we figuur 1 aandachtig bekijken zien we dat we deze structuur nog op een andere manier kunnen beschrijven: het geheel is ook te zien als een verzameling gekoppelde ringen. Eigenlijk zoals in figuur 8a. En in figuur 8b vinden we de koppeling van de gaten van de structuur van figuur 2 terug. Er bestaat een relatie tussen beide interpretaties. We kunnen een structuur van verweven lagen omzetten in een structuur van gekoppelde gaten. De vraag die nu naar voren komt is of we deze omzetting ook in de ander richting kunnen gebruiken. Ofwel: wanneer we starten met een structuur van gekoppelde ringen, kunnen we die dan vertalen in een structuur van verweven vlakken. En wat gebeurt er wanneer de ringen iets gecompliceerder maken zoals in figuur 8c?



Fig. 8a: Gekoppelde ringen / Connected rings

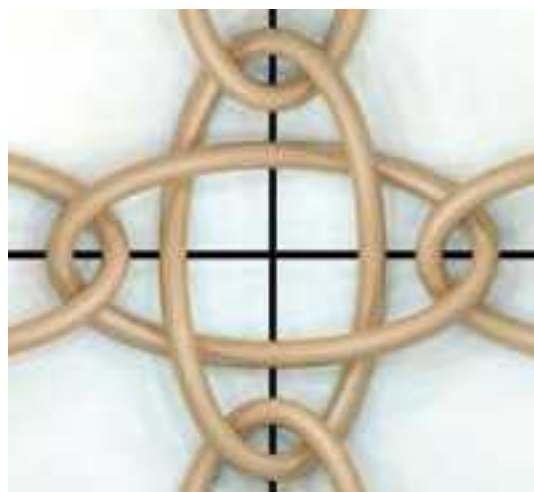


Fig. 8b: Gekoppelde ellipsen / Connected ellipses

2.2. Gekoppelde knopen. Dus startend met een knoopvormige ring (figuur 9a) gaan we deze eerst koppelen met andere knoopvormige ringen. Er ontstaat dan patroon (figuur 9c) waarvan we ons afvragen of dit om te zetten is in een aantal verweven lagen. Om dit te bereiken leggen we als het ware een zeepvlies aan op de randen van de knoopvormige ringen. Een begin hiervan is te zien in figuur 9d. Wanneer we hier mee doorgaan, of eigenlijk het zeepvlies uit breiden, dan zien we dat we na de volgende twee stappen niet aansluiten op het begin, maar juist op de laag onder het begin! Na de drie volgende stappen is een structuur ontstaan die nog steeds maar uit een doorlopend vlak is opgebouwd, maar die lijkt te bestaan uit twee afzonderlijke lagen. We hebben dus nu een vervlochten structuur bestaande uit maar een laag.

2. CONNECTED HOLES

2.1. Connected rings. When we look closely at the structure in Figure 1 we see that this structure can be described in another way: it can be seen as a set of connected rings, as in Figure 8a. And in Figure 8b we can recognise the connected holes of the structure in Figure 2. So there seems to be a close relationship between both interpretations. A structure of interwoven layers can be translated into a structure of connected holes.

We may ask whether this translation step can be used in both ways. So when we start with a structure of connected rings, can this structure be translated into a structure of interwoven layers? And what will happen when we start with a structure in which a more complicated ring, like the knot in Figure 8c, is used?

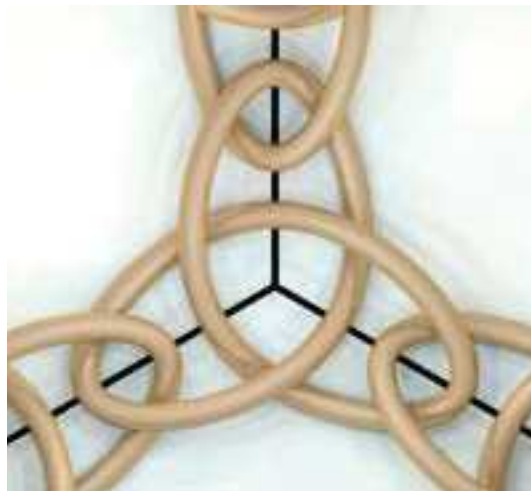


Fig. 8c: Gekoppelde knopen / Connected knots

2.2. Connected knots. So starting with a trefoil knot (Figure 9a) we first connect this knot to three other trefoil knots. When we go on we can create a pattern of connected trefoil knots. The question now is: can we translate this pattern of connected knots into an interwoven layer pattern? To examine this we can use the soap film method. In Figure 9d you can see a surface which connects parts of the lines of the trefoils like a soap film. We can continue adding more surfaces in this way. See Figure 9e and following. After the third step (Figure 9f) we do not get a direct connection between the first and the last part of the surface. Only when we go around twice (Figure 9g, h, i) we get the situation that both ends meet. And now it looks like a double layer structure but it still is one single surface. So in fact we have got an interwoven structure built with one single surface.

RINUS ROELOFS

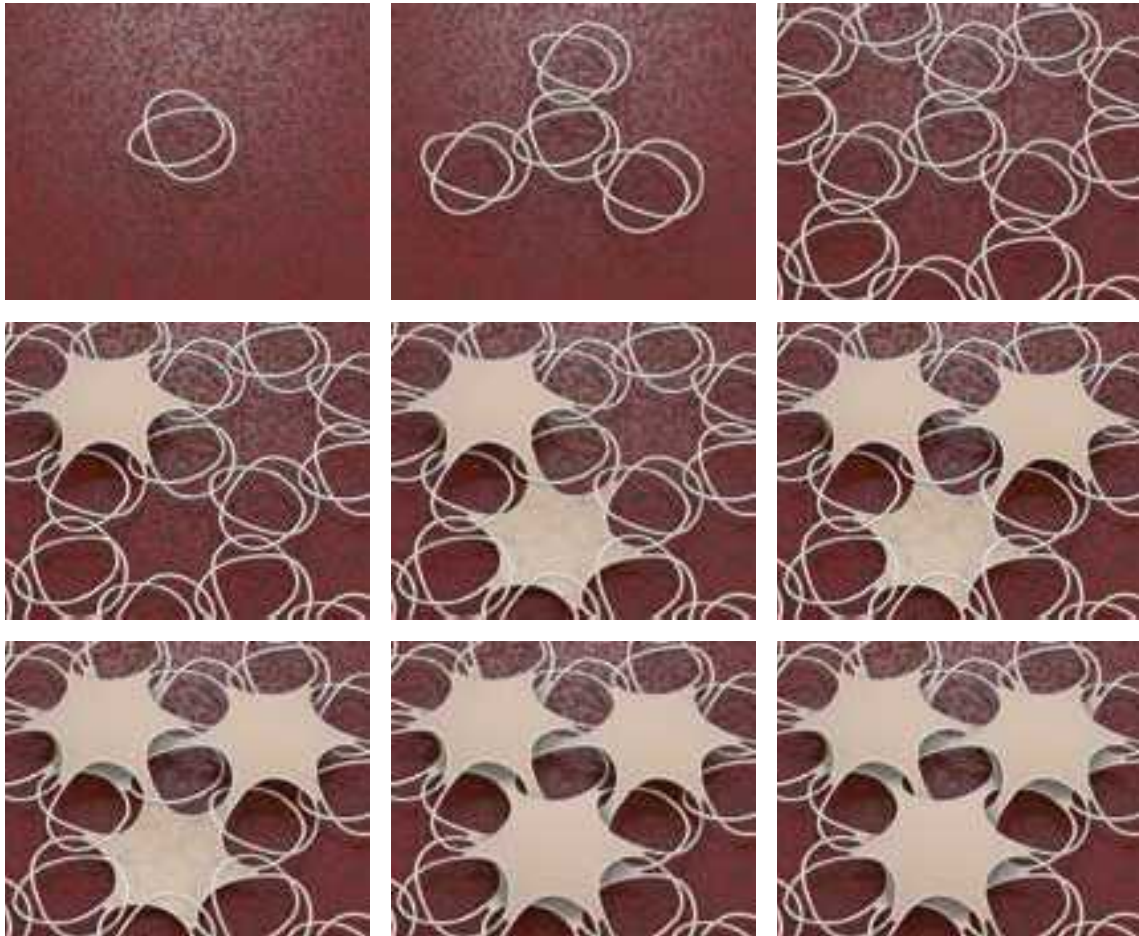


Fig. 9 (a,b,c,d,e,f,g,h,i): Vlakken op het knopen netwerk / Soap film on the knot structure

RINUS ROELOFS



Fig. 10: Verweven structuur - hexagonaal / Interwoven structure - hexagonal

2.3. Vijfvoudige knopen. In het volgende voorbeeld beginnen we met de structuur van figuur 3. De eerste stap nu is het vervangen van de contouren van de vijfhoekige blauwe vlakken door vijfvoudige knopen. En wel zo dat er een structuur van gekoppelde knopen ontstaat. De volgende stap is ook nu weer het aanbrengen van een zeepvlies. En in een aantal stappen is ook hier een verweven structuur ontstaan die lijkt te bestaan uit meerdere lagen, maar toch duidelijk bestaat uit één doorlopend vlak.

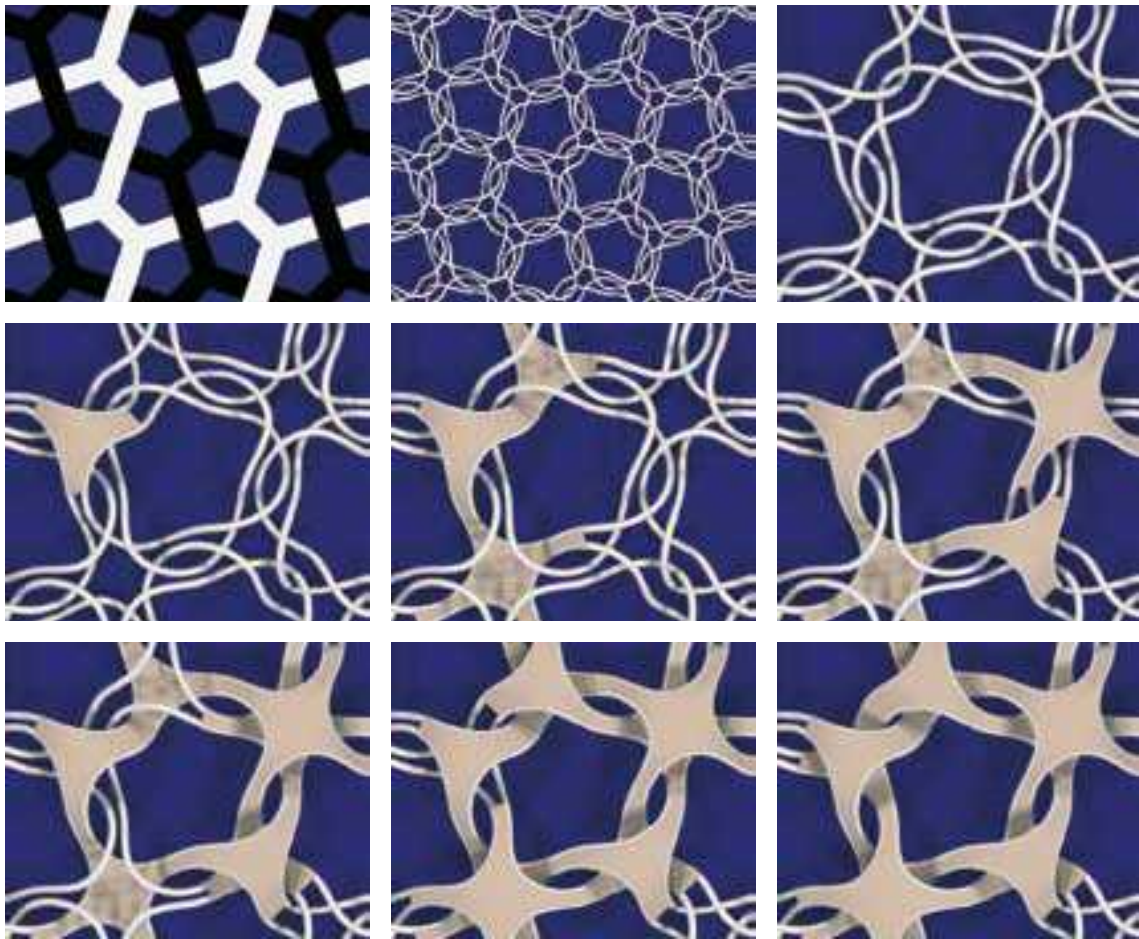


Fig. 11 (a,b,c,d,e,f,g,h,i): Vlakken op netwerk van vijfvoudige knopen / Soap film on a net of fivefold knots

2.3. Fivefold knot. In the next example we start with the structure of Figure 3, M.C. Escher's design of two interwoven grids. The first step is replacing the outlines of the blue pentagonal shapes, which are the holes of the structure, by fivefold knots. We do this in such a way that the fivefold knots become connected (see Figure 11b). Also in this example we continue to add a soap film (Figure 11 c-h). And again we see that the result is a single surface interwoven layer structure which looks like a structure consisting of two different layers (Figure 12).



Figuur 12: Verweven structuur met knoopvormige gaten / Interwoven layer structure based on a fivefold knot pattern

3. VERWEVEN VLAKKEN

3.1. De regelmatige en half-regelmatige betegelingen. De structuur van figuur 10 heeft als onderliggend patroon een regelmatige betegeling. Het onderliggende patroon van figuur 12 is een half-regelmatige betegeling. Bij deze betegelingen, welke opgebouwd zijn uit regelmatige veelhoeken, vinden we in ieder punt waar de hoekpunten van de tegels samenkomen dezelfde configuratie van veelhoeken. En dus ook bij ieder hoekpunt hetzelfde aantal veelhoeken. Voor de structuur van figuur 10 zijn dit drie zeshoeken, een oneven aantal. En doordat dit aantal oneven is kunnen we hier gebruik maken van de knooppunten (zie figuur 8c) en ontstaat er één doorlopend vlak. Bij even aantallen ontstaat bij de omzetting niet een doorlopende lijn maar een koppeling van twee of meer ringen (zie figuur 8b). Voor de structuur in figuur 12 is het onderliggende patroon de half-regelmatige of Archimedische betegeling 4,3,4,3,3. In deze betegeling komen in ieder hoekpunt vijf regelmatige veelhoeken samen (bij rondgang om een hoekpunt zien we een vierkant, een driehoek, een vierkant en tweemaal een driehoek). Ook hier weer een oneven aantal en dus is het eindresultaat een verweven structuur welke bestaat uit één doorlopend vlak.

3.2. Duale patronen. Vanuit de Archimedische betegelingen kunnen we nog een andere groep van patronen genereren, de zogenaamde duale patronen. Deze ontstaan door ieder middelpunt van een tegel te verbinden met de middelpunten van de er omheen liggende tegels. In figuur 16 is dit zichtbaar voor de Archimedische betegeling 4,3,4,3,3. Ook hier is het zo dat alleen patronen met oneven aantallen voorkomen in de knooppunten leiden tot verweven patronen welke bestaan uit één doorlopend vlak.



Fig. 13: Betegeling 6,6,6 / Tiling 6,6,6



Fig. 14: Betegeling 8,8,4 / Tiling 8,8,4



Fig. 15: Betegeling 6,3,3,3,3 / Tiling 6,3,3,3,3

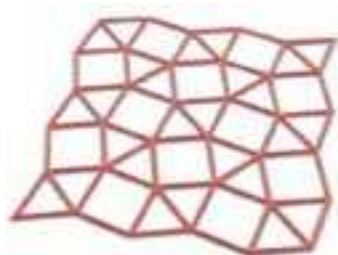


Fig. 16a: Betegeling 4,3,4,3,3 / Tiling 4,3,4,3,3



Fig. 16b: Overgang naar duaal / Creating the dual pattern



Fig. 16c: Duaal van 4,3,4,3,3 / Dual of 4,3,4,3,3

3. INTERWOVEN SURFACES

3.1. Regular and semi-regular tilings. The underlying pattern of the structure in Figure 10 is a regular tiling. The structure in Figure 12 has a semi regular tiling as the underlying pattern. These tilings are composed of regular polygons. At the vertices of each tile in a regular or semi regular tiling you will find the same configuration of regular polygons. And therefore also the number of tiles in each vertex is equal. For the structure in Figure 10 this number is three, which is an odd number. And because this is an odd number we will get a knot figure as a hole in our interwoven layer structure (see Figure 8c). When this number is even we will get a combination of two or more rings (see Figure 8b). The underlying pattern of the structure in Figure 12 is the semi regular, or Archimedean, tiling 4,3,4,3,3. In each vertex of this tiling we have five polygons (going around a vertex we see a square, a triangle, a square, and two triangles). Also in this tiling the number of polygons in each vertex is odd and so the resulting interwoven layer structure will again be a single surface, because of the knot shaped holes.

3.2. Dual grids. Starting with the Archimedean tilings we can generate another group of tilings, the so called 'dual tilings'. When we connect the midpoint of each tile with the midpoints of his surrounding tiles we get a new pattern, the dual pattern of the tiling. In Figure 16 this is made visible for the Archimedean tiling 4,3,4,3,3. And again when odd numbers occur as in the number of tiles in a vertex of the tiling we will get interwoven structures built out of one single surface.



Fig. 17: Basis: betegeling 4,3,4,3,3 / Base: tiling 4,3,4,3,3



Fig. 18: Basis: duaal van 4,3,4,3,3 / Base: dual of 4,3,4,3,3



Fig. 19: Basis: duaal van 6,3,3,3,3 / Base: dual of 6,3,3,3,3



Fig. 20: Basis:duaal van 6,3,6,3 / Base: dual van 6,3,6,3



Fig. 21: Basis:duaal van 6,4,3,4 / Base: dual van 6,4,3,4

4. 3D OBJECTEN VANUIT 2D STRUCTUREN

4.1. De Platonische veelvlakken. Een volgende stap is het toepassen van de knoopvormige gaten op 3D objecten. Van de vijf platonische veelvlakken hebben de tetraeder, de kubus en de dodecaeder gemeen dat in elk van de hoekpunten drie vlakken samenkomen. We kunnen op deze hoekpunten nu een drievoudige knoopfiguur plaatsen (figuur 22). Op de afzonderlijke veelvlakken ontstaan nu netwerken van gekoppelde knoopfiguren. Na het aanbrengen van de vlakken resulteert dit in de dubbel-laags objecten van figuur 23, 24 en 25.

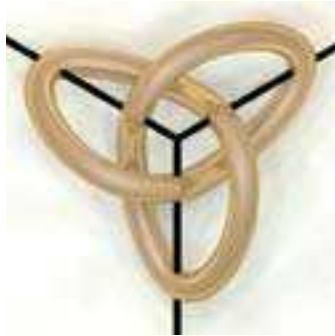


Fig. 22: Knoopfiguur om hoekpunt / Knot placed on a vertex of a solid

4.2. De Archimedische veelvlakken. Ook de Archimedische veelvlakken zijn te gebruiken als basis voor een 3D dubbel-laags structuur. Als voorbeeld zien we in figuur 26 het object dat ontstaat vanuit de snub-kubus. Het gehele object bestaat dus uit één doorlopend vlak.



Fig. 23: Vanuit de tetraeder / Base: tetrahedron



Fig. 24: Vanuit de kubus / Base: cube



Fig. 25: Vanuit de dodecaeder / Base: dodecahedron

4. 3D OBJECTS FROM 2D STRUCTURES

4.1. The Platonic solids. The next step is to apply the concept of knot shaped holes on 3D objects. There are five Platonic solids. From them the tetrahedron, the cube and the dodecahedron have in common that for these solids in each vertex three faces meet. We can place a trefoil knot on these vertices as in Figure 22.

On each of the faces of the solid we will get a net of connected knots like we had in the planar structures in chapter 2. And after adding the soap film surfaces we get the double layer objects shown in Figures 23, 24 and 25.

4.2. The Archimedean solids. Also the Archimedean solids can be used as a basic structure for a three dimensional interwoven single surface object. For the example shown in Figure 26 the snub cube is used as the basic structure. The object is built out of a single continuous surface.



Fig. 26: Vanuit de snub-kubus / Base: snub cube

5. M.C. ESCHER STERREN

- 5.1. M.C. Escher's 'Zwaartekracht'.** In de prent 'Zwaartekracht' van M.C. Escher zien we een stervormige figuur waarop zich een twaalfstal beesten bevinden [1]. De sterfiguur biedt voor elk beest een vloer en een dak, twee lagen dus. Ook blijkt de sterfiguur een eenheid te vormen: de stervormige vlakken zijn zo aan elkaar gekoppeld dat je vanuit iedere ster naar iedere andere ster zou kunnen wandelen. Het is dus geen verweven van meerdere objecten zoals in M.C. Escher's prent 'Dubbele Planetoïde' [1].
- 5.2. Verweven laag in 3D.** De stervormige figuur bestaat dus uit een doorlopend vlak, maar we zien toch twee lagen. Dus eigenlijk eenzelfde structuur als de verweven vlakken uit hoofdstuk 3. En wanneer we gaten in de stervormige figuur iets vergroten zien we ook weer een zelfde knoopfiguur als rand (figuur 29)! En na afronding van de puntige piramides ontstaat een object dat identiek is aan de dodecaedervorm van figuur 25.



Fig. 27: M.C. Escher's sterfiguur / M.C. Escher's object



Fig. 28: Vergrootte gaten / Enlarged holes

- 5.3. Stellation.** Stervormige figuren kunnen we creëren vanuit de bolvormige Platonische en Archimedische veelvlakken. Als voorbeeld bekijken we dit proces bij het regelmatig 20-vlak, de icosaeëder (figuur 30a). In de eerste drie stappen (figuur 30b, 30c en 30d) zien we dat driehoekige vlakken van de icosaeëder worden vergroot zodanig dat de randen elkaar weer gaan raken. In figuur 30d is de sterfiguur compleet. En deze figuur heeft dus eigenlijk twee lagen: onder iedere piramide zit nog het oorspronkelijke vlak. Dit maken we zichtbaar door het aanbrengen van de gaten (figuur 30e en 30f). Als laatste stap vergroten we ook hier weer de gaten waardoor de knooplijnen zichtbaar worden. Het resultaat is een verweven structuur opgebouwd uit één doorlopend vlak (figuur 31).

5. M.C. ESCHER STARS

5.1. M.C. Escher's 'Gravity'. In the print 'Gravity' M.C. Escher has used a star shaped object on which twelve animals are situated [1]. For each animal there is a floor to stand on and each animal has a roof above him. The floor and the roof can be seen as two layers. But the complete object is not a combination of two objects like in M.C. Escher's print 'Double Planetoid' [1]. In this object (Figure 27) the star shaped planes are connected in such a way that we can walk from any plane to any other plane.

5.2. Interwoven layer in 3D. The star shaped object M.C. Escher has used in his print is one continuous surface, but we can see clearly that the object has two layers. This is in fact the same situation as we have seen in the interwoven layer structures in chapter 3. To make this clearer we can enlarge the holes of M.C. Escher's object as can be seen in Figure 28. And when we zoom in to one of the holes we recognise the same trefoil knot as we have used in the objects shown in paragraph 4.1. In fact after rounding the tops of the pyramids of M.C. Escher's object we will get the same object as shown in Figure 25.

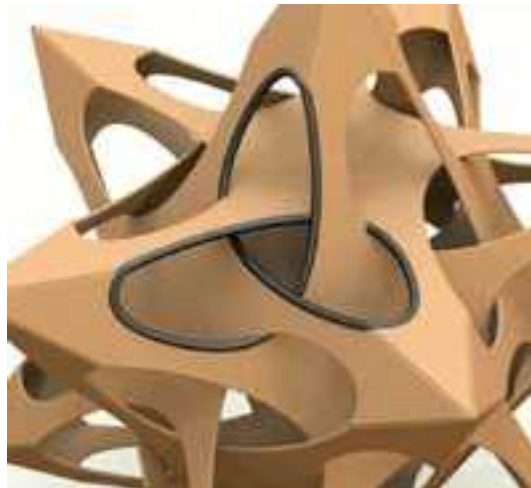


Fig. 29: Knoopvormig gat / Trefoil knot

5.3. Stellation. Star shaped objects can be created starting from a Platonic or an Archimedean Solid. As an example this process is shown in Figure 30 where we start with the icosahedron (Figure 30a). In the first three steps (Figure 30b, 30c en 30d) we enlarge the triangular faces of the icosahedron until they touch each other again. In Figure 30d this process is completed and the result is a star polyhedron. Note that this object has two layers: beneath each pyramid there is still the original triangular face. We will make this visible by cutting holes in the pyramids (Figure 30e and 30f). And in the final steps we enlarge the holes so that the shape of the hole, which is in this case a fivefold knot, can be seen clearly. The result is an interwoven structure build with one continuous surface (Figure 31).

RINUS ROELOFS

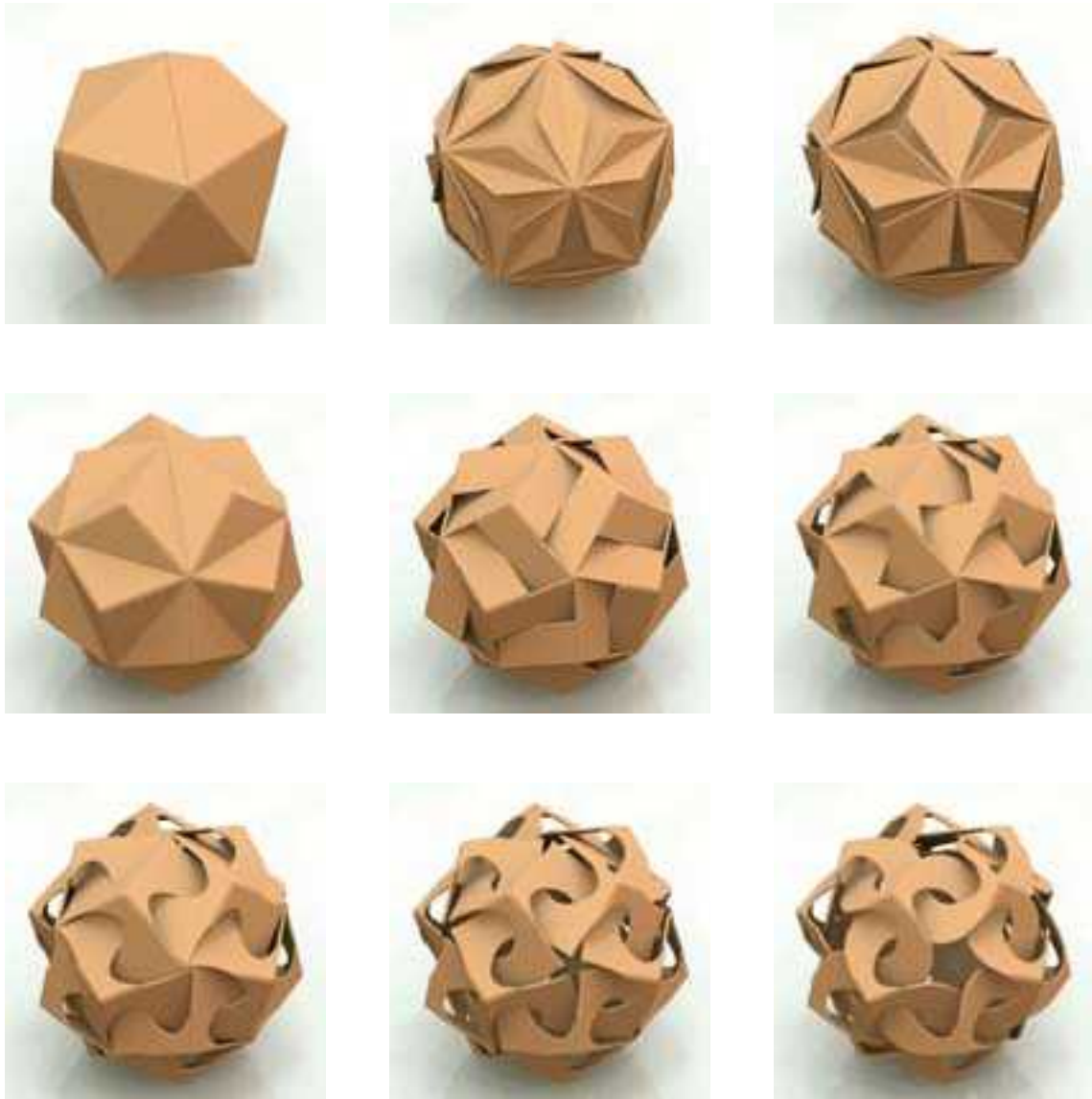


Fig. 30 (a,b,c,d,e,f,g,h,i): Stellation van de Icosaeder / Stellation of the icosahedron

RINUS ROELOFS



Fig. 31: Dubbellaags Icosaeder / Double layer structure base don the icosahedron

6. VERWEVEN VLAKKEN IN 3D

6.1. Twee lagen. Het stellation proces is toe te passen op de Platonische en op de Archimedische veelvlakken. Maar ook op de dualen van deze veelvlakken. In een aantal gevallen resulteert dit in een combinatie van objecten (voorbeeld: uitgaande van de octaeder ontstaat de combinatie van twee tetraeders als in M.C. Escher's "Dubbele Planetoïde" [1]) en in andere gevallen tot een compleet object. Ook dit heeft weer te maken met het aantal vlakken dat in een hoekpunt van het basisveelvlak samen komt. Is dit aantal even zoals in de octaeder (4 driehoeken in elk hoekpunt) dan treedt splitsing op. Is dit oneven dan ontstaat een dubbel-laags object. De onderstaande voorbeelden zijn ontstaan uit het ruiten 12-vlak (figuur 32, 35), de dual van de snub-kubus (figuur 33, 36) en het ruiten 30-vlak (figuur 34, 37).

Er zijn drie verschillende stellations die elk uit 60 identieke vlakken bestaan. Het objecten van figuur 40 en figuur 41 zijn gebaseerd op de dual van de snub-dodecaeder.



Fig. 32: Vanuit ruiten 12-vlak / Base: rhombic dodecahedron



Fig. 33: Vanuit snub-kubus / Base: snub cube



Fig. 34: Vanuit ruiten 30-vlak / Base: rhombic triacontahedron



Fig. 35: Vanuit ruiten 12-vlak / Base: rhombic dodecahedron



Fig. 36: Vanuit snub-kubus / Base: snub cube



Fig. 37: Vanuit ruiten 30-vlak / Base: rhombic triacontahedron

6. INTERWOVEN SURFACES IN 3D

6.1. Two layers. The stellation process can be applied on the Platonic and on the Archimedean solids. But also on the duals of these solids. In some cases we will end up with a combination of two objects (example: starting with the octahedron the result of the stellation process will be a combination of two tetrahedrons as in M.C. Escher's "Double Planetoid" [1]) and in other cases it will lead to one complete object. Also this has to do with the number of faces that we have in one vertex. When this number is even like in the octahedron (4 triangles in every vertex) then the result will be a combination of two objects. When this number is odd the result will be one double layered object. The following examples are derived from the rhombic dodecahedron (Figures 32 and 35), the dual of the snub cube (Figures 33 and 36) and from the rhombic triacontahedron (Figures 34 and 37). We can make three different stellations which are made of sixty identical faces. The objects shown in Figure 40 and Figure 41 are both based on the dual of the snub dodecahedron.



Fig. 38: 60 vlakken - a / Star: 60 faces - a



Fig. 39: 60 vlakken - b / Star: 60 faces - b



Fig. 40: 60-vlakken - c / Star: 60 faces - c



Fig. 42: Vanuit duaal van de snub-dodecaeder / Base: dual of the snub dodecahedron

7. MEER LAGEN

7.1. Drie-laags structuren. De twee-laags structuren zijn ontstaan door toepassing van de knoopfiguren. De knoopfiguren zijn weer verwant aan de sterveelhoeken. De vijfvoudige knoop is direct afgeleid van de vijfpuntige ster, een vijfhoek van de orde 2. Bij grotere veelhoeken zoals bijvoorbeeld de achthoek komen ook hogere ordes voor. De structuur in figuur 42 is ontstaan door toepassing van de ster achthoek van de orde 3. Een manier om tot drie-laags structuren in 3D objecten te komen is de volgende: de uit drie lagen bestaande verweven structuur van figuur 43 kan worden gebruikt als materiaal om er een icoesaeder van te 'vouwen'. Door deze handeling worden de afzonderlijke lagen aan elkaar gekoppeld waardoor ook hier een meer-laags structuur ontstaat welke toch uit een enkel doorlopend vlak is opgebouwd (figuur 44).



Fig. 42: 3 lagen - 1 vlak / 3 layers - 1 surface



Fig. 43: 3 lagen - 3 vlakken / 3 layers - 3 surfaces

REFERENTIES

- [1] M.C. Escher, Grafiek en Tekeningen, Uitgeverij Tjijl, Zwolle, 1960.
- [2] Doris Schattschneider, M.C. Escher: Visions of Symmetry, Abrams, 2004.

7. MORE LAYERS

7.1. Three-layer structures. By applying connected knots we were able to create double layer structures. Knots are related to star polygons. The fivefold knot is derived directly from the five pointed star, a pentagon of order 2. With bigger polygons, like for example the octagon, also higher orders occur. The structure shown in Figure 42 is made by applying the star octagon which has order three. The result is a three-layer interwoven structure build with one continuous surface. There is a nice way to create three layer structures in 3D: we can use the interwoven layer structure of Figure 43, which has three separate layers, as 'material' to make a folding pattern for an icosahedron. The result will be the three layered single surface object shown in Figure 44.



Fig. 44: 3 lagen - 1 doorlopend vlak / 3 layers - 1 continuous surface

REFERENCES

- [1] M.C. Escher, *Grafiek en Tekeningen*, Uitgeverij Tjil, Zwolle, 1960.
- [2] Doris Schattschneider, *M.C. Escher: Visions of Symmetry*, Abrams, 2004.